
ALMENDROS Pierre
DUFFAL Guillaume

STABILISATION DU DRONE QUADRIROTOR

TUTEUR: YVES BRIÈRE

SOMMAIRE

1. Présentation du projet
 - 1.1. Introduction
 - 1.2. Présentation du principe du vol d'un quadrirotor
 - 1.3. Présentation du matériel lors de la prise en main
2. Mise en place du modèle
 - 2.1. Etude théorique du modèle
 - 2.2. Les hélices
 - 2.3. L'ensemble moteur/variateur
 - 2.4. La carte de commande et la centrale inertielle
3. Rétrospective du projet
 - 3.1. Récapitulatif de l'avant projet
 - 3.2. Travail effectué
 - 3.3. Conseils pour les groupes suivants
4. Annexes
 - 4.1. Calcul détaillé de l'établissement théorique du modèle
 - 4.2. Interface sous Matlab de l'acquisition lors de l'essai dynamique
 - 4.3. Trigger de Schmitt
5. Bibliographie

1. Présentation du projet

1.1. Introduction

Traditionnellement, quelques élèves ISAE cursus ENSICA réalisent pour leur Projet d'Initiative Personnelle des micros drones, comme par exemple un drone basé sur le Twinstar ou le quadrirotor.

En 2005-2006, Alexis FRENOT, Anthony GOSMANN et Romaric GUILLERM ont eu l'idée de développer un drone quadrirotor. Ils ont donc fabriqué une structure cubique d'un drone à quatre rotors dans laquelle ils ont intégré des moteurs et les équipements nécessaires à leur fonctionnement. Pour stabiliser ce drone, ils ont choisi d'acheter une carte MicroPilot dotée de nombreuses options. En effet, grâce à cette carte implémentée avec un code d'asservissement adéquat, il semble possible de permettre au drone de réaliser des vols autonomes. A la fin de leur PIP, le travail de prise en main du logiciel et la stabilisation du drone étaient loin d'être terminés.

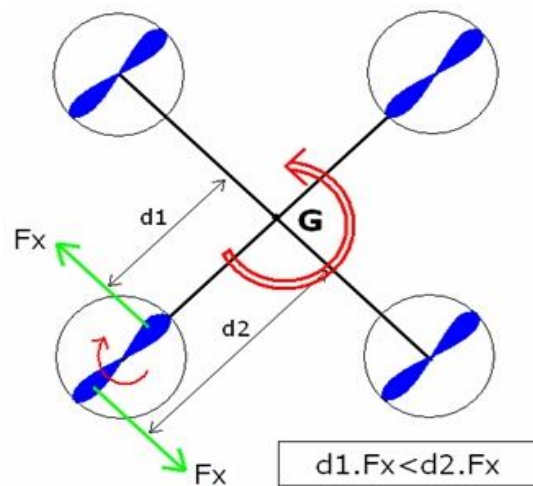
En 2006-2007, Adeline SERRECOURT et Julien CHAPUIS ont décidé de reprendre le projet. Compte tenu de la difficulté de mise en route du drone, ils ont inventé un protocole de mise en marche du drone (6 interrupteurs à actionner dans le bon ordre). De plus, ils ont implémenté un code de stabilisation dans la carte, et ont déterminé de façon empirique les coefficients de leur correcteur PID sur leur banc d'essai, afin de stabiliser les axes de roulis et de tangage. Cependant, aucun essai en vol n'a été effectué, la puissance disponible étant insuffisante pour que le drone puisse se sustenter.

En 2008-2009, Antoine CLAVEYROLLAS, Jean CORBISIER, Sébastien FITTE et Florian RIGAUD ont d'abord décidé de réduire considérablement la masse du drone et de recabler intégralement le quadrirotor afin qu'il ait la puissance nécessaire pour se sustenter. Ils ont ensuite étudié le code de stabilisation et recherché les coefficients des correcteurs sur banc d'essai et lors d'essais en vol tout en construisant en parallèle une nouvelle structure plus fiable et plus robuste. Cependant la stabilisation du drone à l'aide de la carte MicroPilot semble s'avérer difficile du fait de l'opacité de la carte et d'aucune information au niveau du temps de réponse des variateurs n'est disponible.

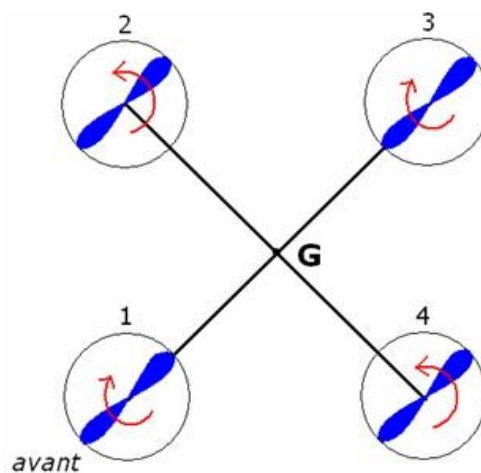
Nous avons décidé de reprendre ce projet cette année avec l'intention d'améliorer l'énorme travail réalisé l'année dernière. En effet la nouvelle structure convient parfaitement et apporte de la stabilité il était donc inutile de retravailler dessus. Cependant il nous a paru primordial de donner un modèle précis du système (moteur et variateur) grâce à différents essais en statique et en dynamique afin de valider l'utilisation de tels variateurs et de permettre un nouvel asservissement basé sur ce nouveau modèle.

1.2. Présentation du principe de vol d'un quadrirotor:

Le fonctionnement d'un quadrirotor est assez particulier. En effet, comme son nom l'indique, c'est un drone muni de quatre rotors. Cela implique que pour être stable en lacet, il faut que deux moteurs opposés tournent dans un sens et les deux autres dans l'autre sens, car une hélice en mouvement crée un couple dans le sens inverse de sa rotation.



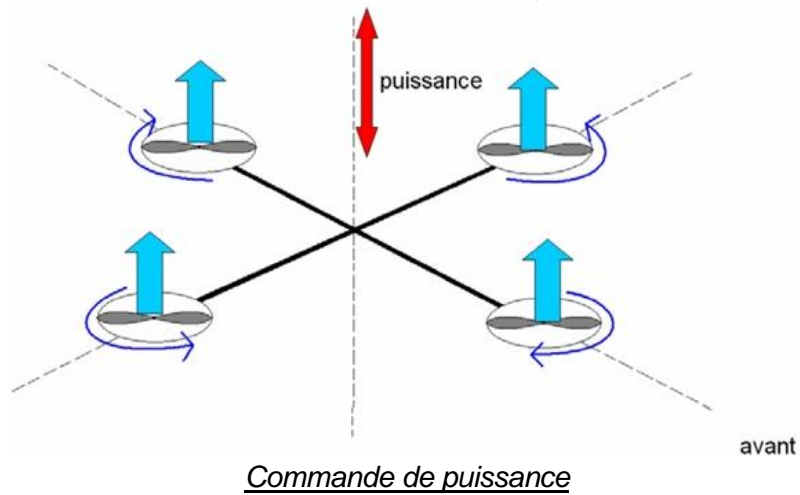
Moment de lacet induit par la rotation d'une hélice



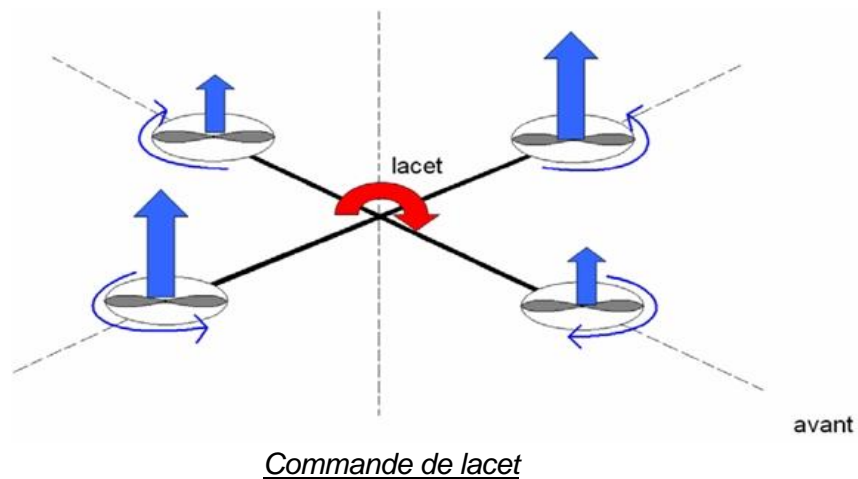
Sens de rotation des moteurs

On distingue sur ce type de drone quatre mouvements possibles:

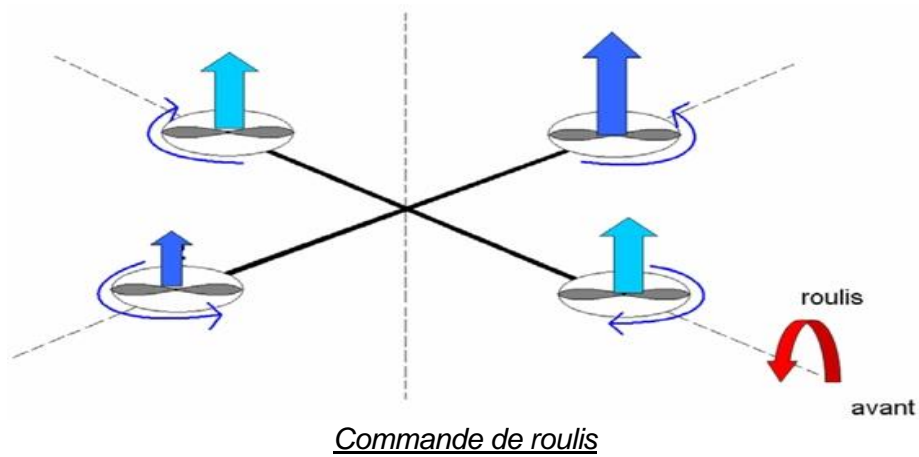
- Les gaz : Cette phase représente le mouvement de montée/descente du drone. Les 4 moteurs tournent à la même vitesse durant cette phase.



- Le lacet : Il permet de faire tourner le quadrirotor sur lui même. Ce mouvement est obtenu en accélérant 2 moteurs opposés et en ralentissant les 2 autres.



- Le roulis et le tangage: Ce sont des mouvements assez similaires. Il s'agit de pencher le drone sur un axe. Pour cela il faut accélérer un moteur et ralentir le moteur opposé de la même valeur.



1.3. Présentation rapide du matériel lors de la prise en main:

- La structure :

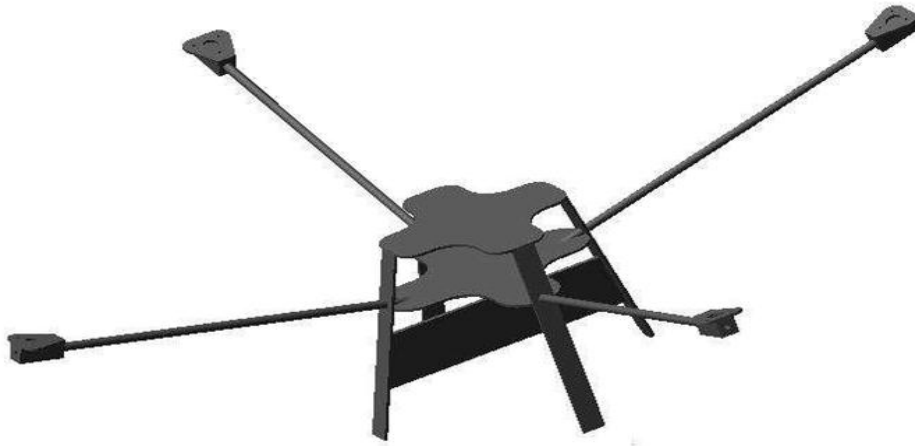


Schéma sous Catia de la structure

Cette structure est constituée d'une partie centrale permettant d'abriter la carte de commande, le matériel électronique et les batteries. Les bras inclinés permettent non seulement une protection des moteurs et des hélices mais ils créent aussi un effet dièdre stabilisant. Ainsi cette structure est de par sa conception légère, stable et sécurisante pour le matériel embarqué.

- La radiocommande:

La radiocommande utilisée est une radio Futaba (référence : 9CAP/9CHP) de neuf voies. Comme le drone quadrirotor n'a que quatre types de mouvements possibles, quatre voies sont utilisées pour diriger le drone.



Radiocommande Futaba

- Le récepteur :

Nous avons besoin d'un récepteur pour transmettre les ordres de la radiocommande à la carte Micropilot.



Récepteur radio

- Les moteurs et les hélices :

Le principe de vol d'un drone quadrirotor impose d'avoir des hélices de pas opposés. Les hélices ont été choisis après dimensionnement il s'agit d'hélice de modélisme en 10*4,5.

Les pales ont été associées à des moteurs de type brushless (référence : brushless typhon-micro 6-23), qui ont l'avantage d'être petits, légers et puissants. L'un des inconvénients de ces moteurs est leur mise en œuvre : ils doivent obligatoirement être associés à des régulateurs

particuliers, appelés contrôleurs, qui nécessitent une programmation et une temporisation bien précise. Ce modèle de moteur, de puissance 90 W, peut être alimenté sous tension variant de 7,2 V à 14,4 V. Il pèse 42g et, à la base, convient à un engin de 250 à 700 grammes.



Hélice 10*4, 5



Moteur brushless typhon 6-23

- Les contrôleurs

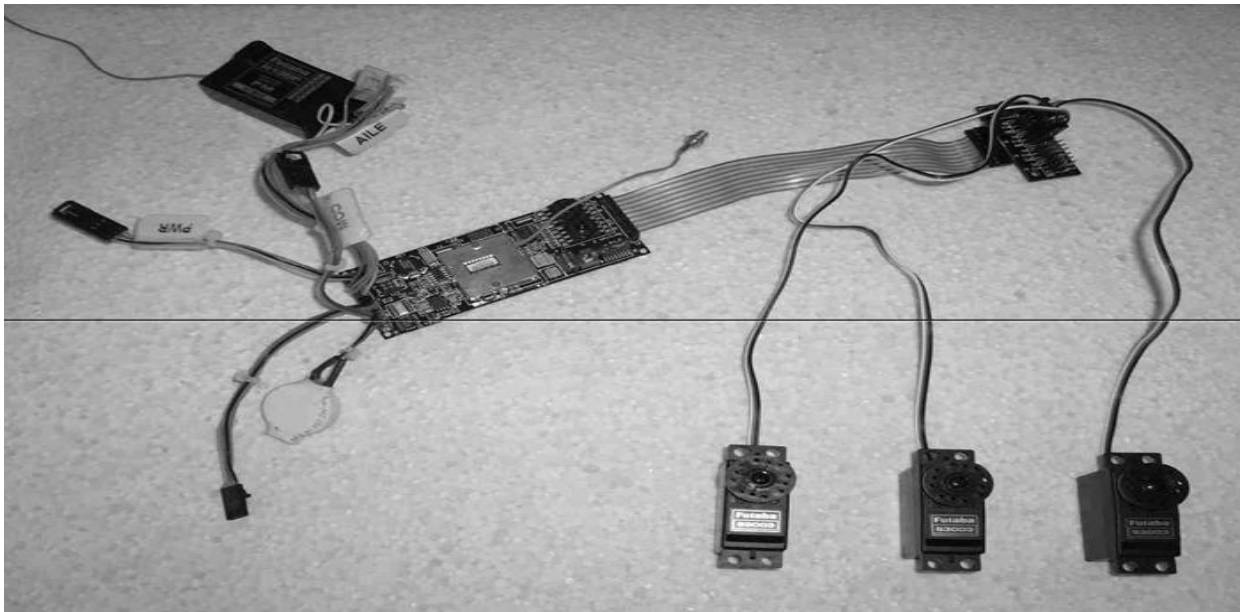
Le variateur est l'interface entre la commande de signal et le circuit de puissance du moteur. Il est relié à un accumulateur (ici de type Li-Po) qui fournira la puissance nécessaire au moteur. Les variateurs sont des éléments qui chauffent beaucoup. Par conséquent nous avons décidé de les placer sous le flux des hélices.



Variateur WEMA sinus 12-bec

- La carte MicroPilot:

Il a été décidé que le drone quadrirotor sera stabilisé à l'aide d'une carte Micropilot MP 2028g. Il s'agit d'une carte conçue pour le contrôle de modèles réduits d'avions. Elle est composée d'un microprocesseur programmable, de systèmes de mesure (gyroscopes, prises de pression, GPS), et d'entrées sorties utiles à la commande du drone (prises pour récepteur de télécommande, carte fille de sorties vers des servocommandes). Cette carte peut évoluer par l'adjonction de cartes filles qui lui donnent des capacités de gestion d'un flux vidéo, ou de communication vers un PC via un radio modem. On peut aussi lui ajouter d'autres cartes de sorties pour d'autres servocommandes.



Carte MicroPilot et ses différents systèmes de mesures

On peut communiquer avec la carte via le port COM relié par un câble série au PC. On peut ainsi récupérer différentes sorties de la carte ou implémenter celle-ci. En effet, il est possible de créer un nouveau code pour la carte plus adapté à un drone quadrirotor.

Cependant cette solution n'est pas aussi pratique que la programmation d'un microcontrôleur. En effet, nous ne pouvons accéder qu'à une partie du code, et Micropilot conservera toujours un noyau non modifiable qui pourra perturber le bon fonctionnement du drone.

- Les accumulateurs:

Les accumulateurs ne fonctionnant plus lorsque nous nous sommes lancés sur le projet nous en avons donc racheté. Le drone est maintenant doté de 2 accumulateurs Li-Po en 2 éléments de 1800mAh délivrant chacun 7.4 volts. Ils permettent d'alimenter les 4 moteurs ainsi que la carte de commande. Les nouvelles batteries sont moins lourdes et nous font gagner 20 grammes.



Batterie Li-Po 1800mAh

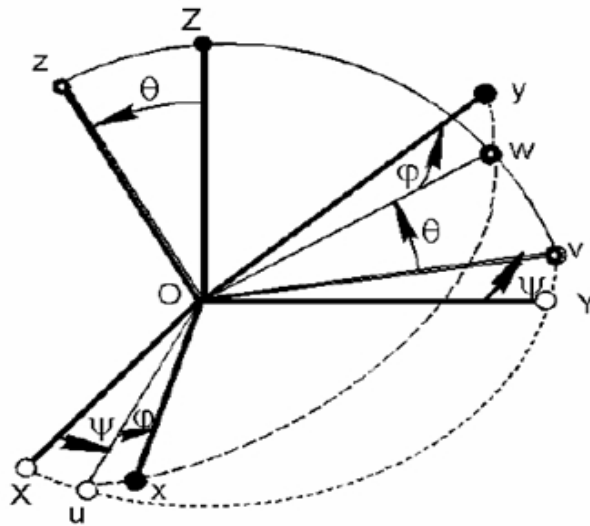
2. Mise en place du modèle

2.1. Etude théorique du modèle

Choix des coordonnées:

Nous avons choisi les coordonnées aérodynamiques suivantes :

- rotation de Φ autour de \vec{x} (angle de roulis avec $-\pi \leq \Phi \leq \pi$)
- rotation de θ autour de \vec{y} (angle de tangage avec $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$)
- rotation de ψ autour de \vec{z} (angle de lacet avec $-\pi \leq \psi \leq \pi$)

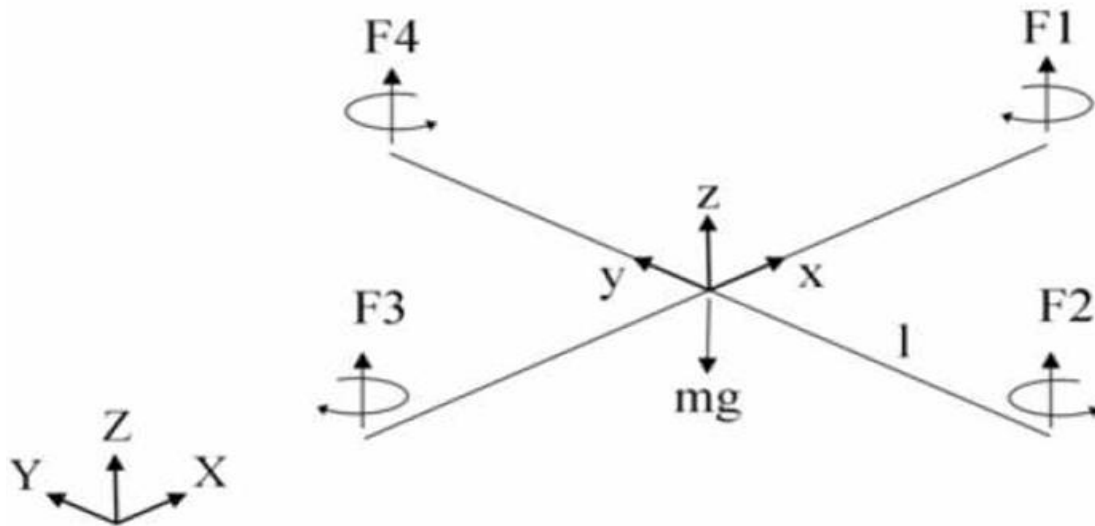


Axes aéronautique

Hypothèses du modèle

Le quadrirotor est constitué de quatre barres de carbone parallèles placées en croix aux extrémités desquelles sont placés les moteurs commandant les quatre rotors verticaux. La masse du drone est de 1.5 kg pour une envergure de 1 m. La rotation des quatre rotors fournit une force verticale, la portance, et un couple de lacet dû à la trainée. Au centre se trouve tout l'équipement nécessaire à son fonctionnement du drone: carte micro-pilote, batteries, récepteur, gyrocompas.

On choisit la convention d'axe suivante :



Géométrie du drone

Ainsi pour contrôler le roulis du drone, il suffit d'agir sur les vitesses de rotations des moteurs 2 et 4. De la même manière, le tangage du drone est contrôlable en agissant sur les vitesses des moteurs 1 et 3. Les moteurs 1 et 3 tournent en sens inverse des moteurs 2 et 4 afin que, globalement, le couple d'anti-rotation généré par la traînée soit nul.

De plus, les axes des moteurs ne sont pas parfaitement verticaux : ils sont légèrement inclinés vers le centre du drone (environ 15°) afin de garantir un retour à sa position d'équilibre en cas de faibles perturbations.

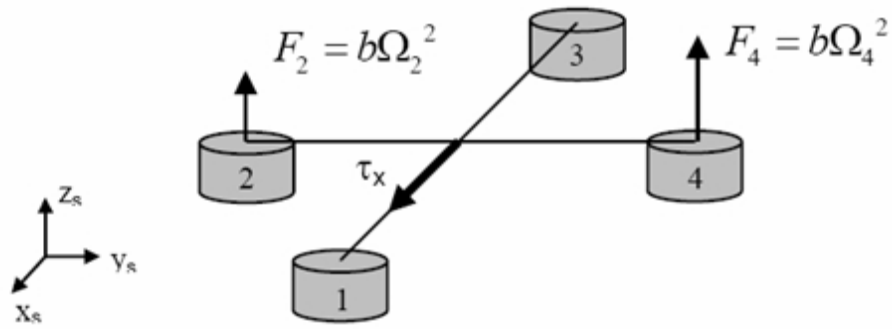
On considère les hypothèses suivantes :

- La structure en carbone est supposée rigide.
- La structure est parfaitement symétrique.
- La portance et la traînée sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation des moteurs.
- On ne prend pas en compte la vitesse de rotation des rotors par rapport au sol.

Il faut tenir compte des effets induits par la rotation des hélices:

- **portance**

La portance crée des couples en direction des axes X et Y:



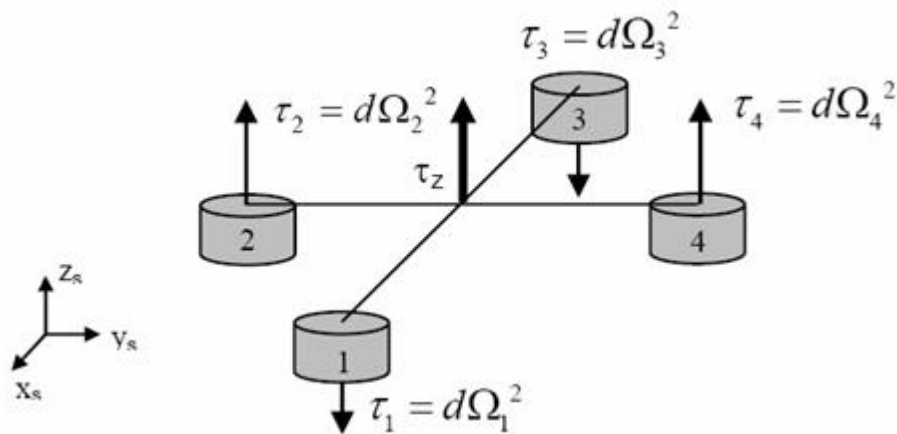
Moment du à la poussée des hélices

$$\tau_x = bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \text{ et } \tau_y = bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2)$$

Où b et l sont respectivement une constante unissant la poussée et la vitesse de rotation d'un moteur, et la demie envergure du drone.

- Trainée

La trainée des hélices crée un couple vertical :



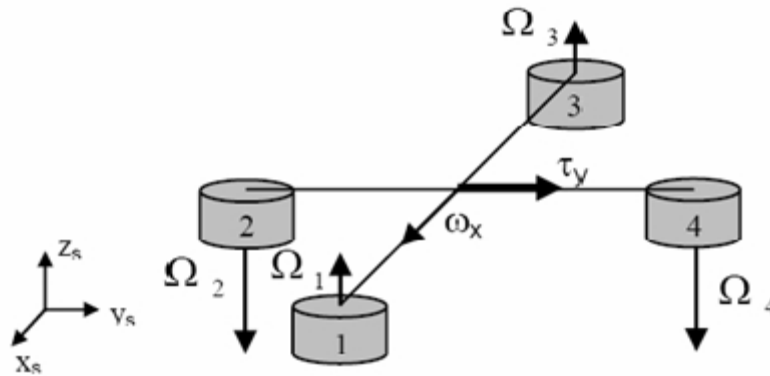
Moment du à la trainée des hélices

$$\tau_z = d(\Omega_1^2 + \Omega_3^2 - \Omega_2^2 - \Omega_4^2)$$

Où d est une constante reliant la traînée et la vitesse de rotation d'un moteur.

- **Effet gyroscopique**

Effets gyroscopiques dus aux hélices lors d'une rotation autour de l'axe X ou Y:



Effet gyroscopique

$$\tau_x = I_{\text{rotor}} \omega_y (\Omega_3 + \Omega_1 - \Omega_2 - \Omega_4) \text{ et } \tau_y = I_{\text{rotor}} \omega_x (-\Omega_3 - \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_4)$$

Après établissement de la matrice de rotation, de l'expression de la vitesse et en utilisant la méthode de Lagrange (voir calcul en annexe) et en prenant en compte les effets induits non conservatifs ci dessus on obtient les équations du mouvement suivantes:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \frac{I_{\text{rotor}}}{I_x} \dot{\theta} (\Omega_3 + \Omega_1 - \Omega_2 - \Omega_4) + \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{bI}{I_x} (\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ \ddot{\theta} &= \frac{I_{\text{rotor}}}{I_y} \dot{\phi} (-\Omega_3 - \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_4) + \frac{I_z - I_x}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{bI}{I_y} (\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ \ddot{\psi} &= \frac{I_x - I_y}{I_z} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{d}{I_z} (\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \end{aligned}$$

Il est donc primordial d'étudier la poussée et la trainée d'un couple hélice-moteur afin de déterminer les coefficients de poussée et de trainée, b et d pour obtenir les coefficients de ces équations différentielles.

Les différents moments d'inertie nécessaires ont déjà été calculés l'année précédente et comme nous n'avons effectués aucune modification au niveau de la géométrie nous pouvons les garder.

2.2. Les hélices

Lors des années précédentes, les élèves ont réalisé le modèle de vol du drone en partant d'une hypothèse forte sur la poussée créée par les hélices : « la portance et la trainée sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation ». Nous avons donc souhaité vérifier la validité de cette hypothèse et la précision de leurs coefficients en mesurant expérimentalement la poussée générée en fonction de la vitesse de rotation.

Pour cela, nous sommes allés à Supaero car ils possèdent un banc d'essais plus adapté à notre ensemble. Nous avons pu monter notre hélice sur ce banc et mesurer le couple résistant et la poussée pour différentes vitesses de rotation.



Banc d'essai mesurant poussée et couple induit

Ces mesures nous ont permis d'obtenir les caractéristiques suivantes :

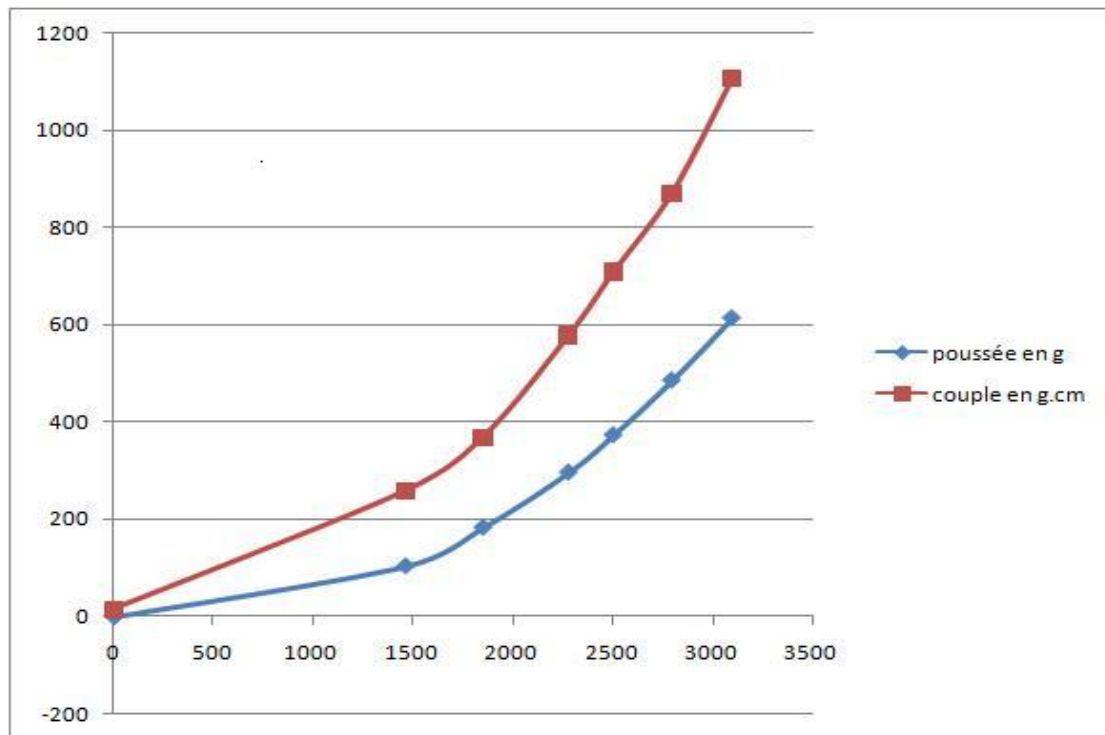
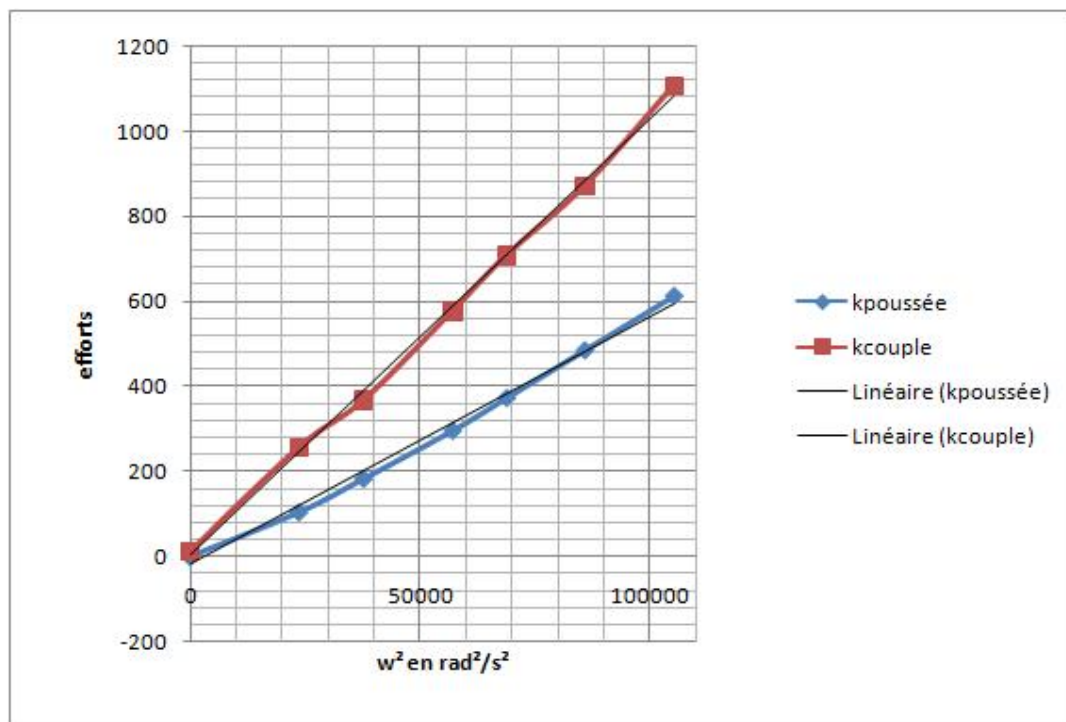


Diagramme de poussée et de couple induit en fonction de la vitesse de rotation

On se rend bien compte sur cette courbe que ces deux paramètres varient en w^2 . C'est ainsi que nous avons tracé la courbe suivante:



Courbe de poussée et de couple en fonction du carré de la vitesse

Ceci valide donc l'hypothèse de la proportionnalité entre ces facteurs et le carré de la vitesse de rotation.

Cependant, les coefficients calculés les années précédentes sont incorrects:

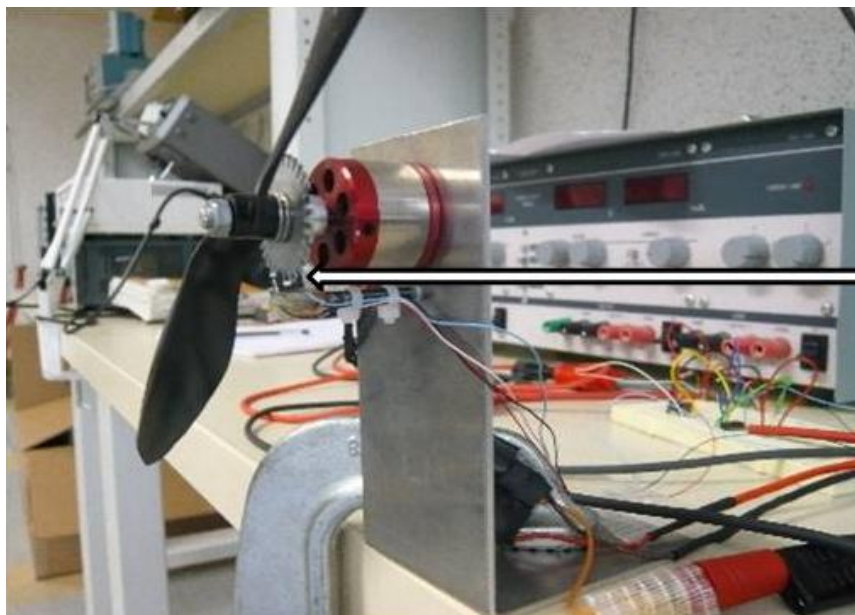
- k poussée= $b=5,7 \cdot 10^{-3} \text{ g.s}^2/\text{rad}^2$
- k couple= $d=1,0 \cdot 10^{-2} \text{ g.cm.s}^2/\text{rad}^2$

On peut ainsi réinjecter ces valeurs dans le modèle utilisé les années précédentes.

2.3. L'ensemble moteur/variateur/hélice:

C'est l'étude de cette partie à laquelle nous avons consacré le plus de temps. Nous avons ainsi fabriqué un banc d'essai et réalisé des essais en statique et en dynamique. Cela nous a permis de confirmer la validité des variateurs mais aussi d'obtenir un modèle précis de cet ensemble.

2.3.1. Le banc d'essai:



Capteur de vitesse

Banc d'essai statique

2.3.2. Le capteur de vitesse:



Capteur OMRON EE-SX 1109



roue dentée usinée

La vitesse de rotation est obtenue à l'aide d'une roue crantée montée sur le rotor et d'un capteur photoélectrique. Le capteur est constitué d'une diode électroluminescente et d'un photo transistor. On l'alimentera par une tension stabilisée de 5V sous une intensité de 12mA.

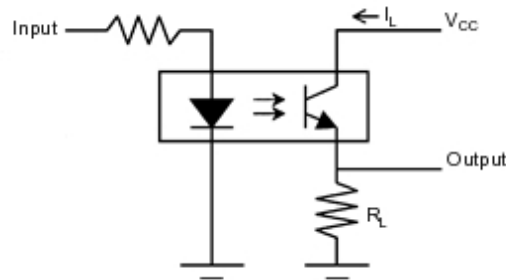


Schéma d'alimentation du capteur

Le choix des résistances utilisées dans le branchement du capteur est important. En mettant des résistances de valeurs inférieure à la valeur nominale donnée par le datasheet on a réussi à obtenir un signal plus lisse et sans bruit et ainsi de mesurer la fréquence du signal avec plus de précision.

Le capteur nous renvoie un signal dont on peut mesurer la fréquence. En effet à chaque fois qu'un cran de la roue passe entre la diode et le transistor le signal s'annule.

La roue étant composée de 30 dents, il suffit donc de multiplier la fréquence du signal renvoyé par 2 pour obtenir la vitesse de rotation:

vitesse de rotation en tour par seconde: $ws = \text{ffournie par le capteur} / 30$

vitesse de rotation en tour par minute: $wm = ws * 60 = \text{ffournie par le capteur} * 2$

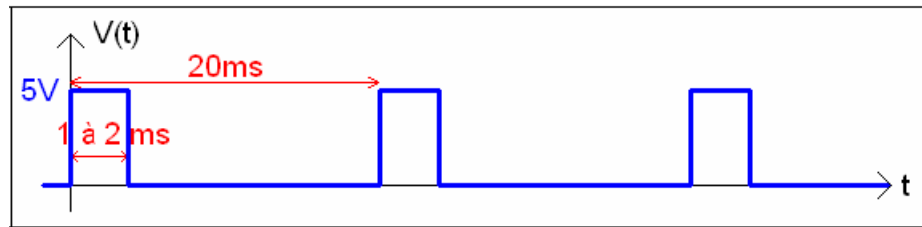
Nous aurions aussi pu l'obtenir à partir d'une lampe stroboscopique mais la précision aurait été inférieure et l'intégration de cet élément à notre banc, plus difficile.

2.3.3. L'alimentation du groupe variateur/moteur:

Nous avons dans un premier temps utilisé un générateur classique. Cela ne permettait l'entraînement du moteur et a même entraîné la destruction d'un des variateurs. Nous avons ensuite compris qu'il ne fallait pas utiliser une alimentation stabilisée pour ce type de système. Nous avons donc acheté de nouvelles batteries Li-po (étant donné que celles utilisées les années précédentes étaient mortes), ce qui nous a fourni l'alimentation nécessaire.

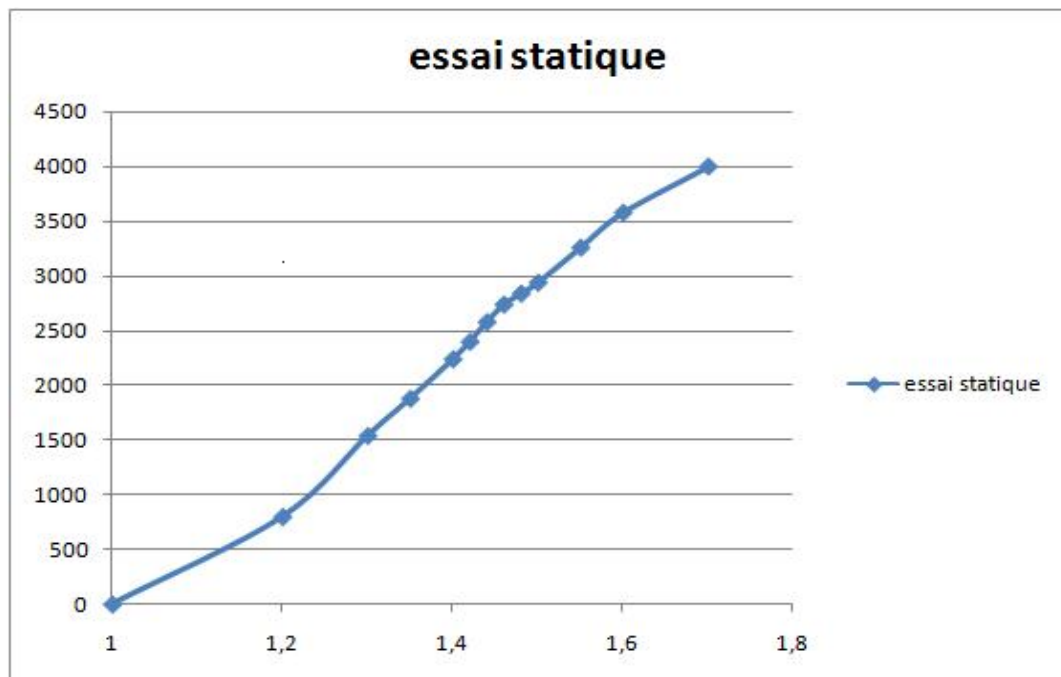
2.3.4. Signal de Commande :

Le signal de commande envoyée au variateur par l'intermédiaire d'un générateur basse fréquence est un créneau périodique de 50hz (signal de type PPM) avec un rapport cyclique que l'on fait varier de 0.05 (0% de la puissance) à 0.1 (100% de la puissance) soit de 1ms à 2ms et une amplitude de 5V:

Signal PPM

2.3.5. Essai statique

Le but de cet essai est d'obtenir la vitesse de rotation du moteur en fonction de la commande. Cela nous a permis d'obtenir la courbe de fonctionnement statique de l'ensemble

Nombre de tours/minute en fonction du rapport cyclique de commande

Nous avons augmenté le nombre de mesures dans la plage de fonctionnement (autour de 2500 tr/min) pour valider le fait que l'évolution est linéaire dans ce domaine.

Ces mesures nous permettent, en complément des mesures de poussée, de savoir quelle commande doit-on envoyer pour être dans la plage de fonctionnement. Il faut donc envoyer un PPM ayant un rapport cyclique entre 0.07 et 0.075 pour être en sustentation.

2.3.6. Essai dynamique

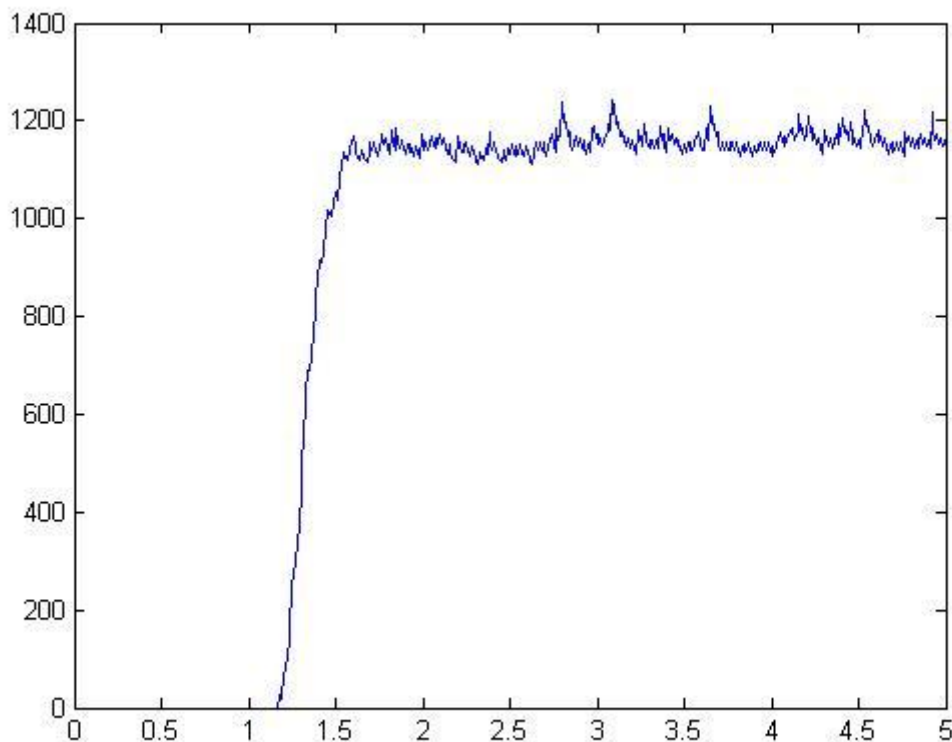
Pour l'essai dynamique, nous avons utilisé le même banc sur lequel nous avons réalisé une acquisition. Nous avons d'abord essayé de la faire grâce à un oscilloscope Mais nous n'avons pas réussi l'acquisition de la fréquence du signal renvoyé par le capteur vitesse en fonction du rapport cyclique du signal de commande envoyé au variateur.

Nous avons donc utilisé une carte d'acquisition ayant une rapidité suffisante pour réaliser cet essai.

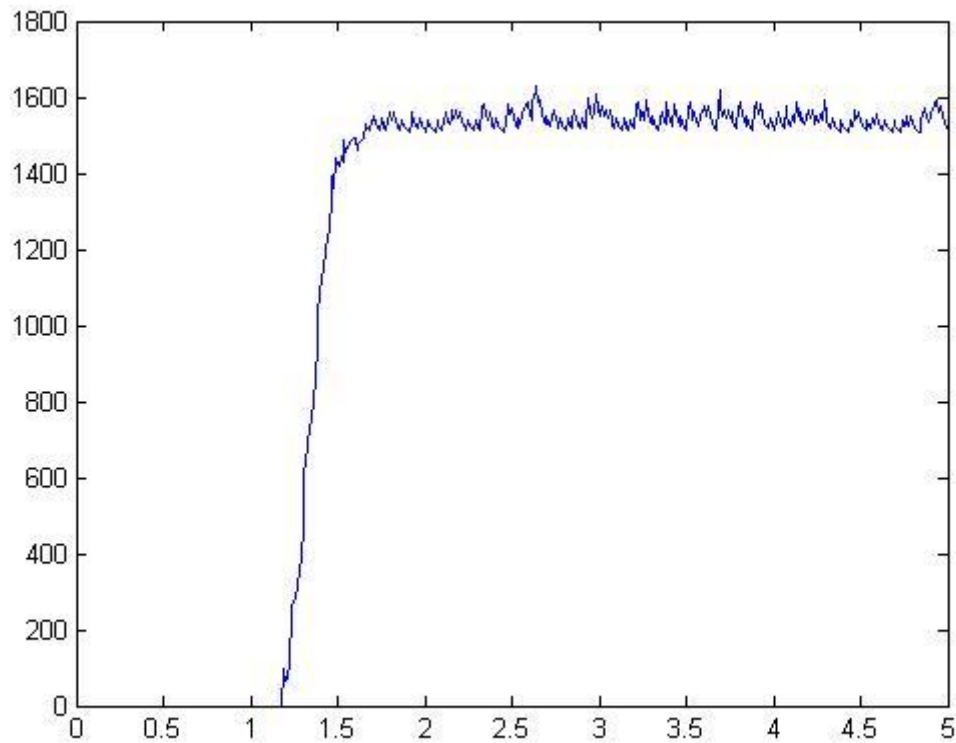
Nous avons envoyé le signal PPM de commande au variateur grâce à la carte d'acquisition afin d'obtenir une acquisition en temps réel du signal de commande et du signal du capteur simultanément. (Voir l'interface sous Matlab en annexe)

Cependant le capteur ne renvoie qu'un signal compris entre 0 et 600 mV et la carte n'arrive pas à le détecter. Nous avons donc décidé d'amplifier et d'écarter le signal afin d'obtenir un signal carré entre 0 et 5V avant d'en faire l'acquisition par l'intermédiaire d'un trigger de Schmitt et d'un potentiomètre. (Voir le montage en annexe)

Une fois le montage fonctionnel, nous avons réalisé différentes montées en puissance afin de déterminer des coefficients précis d'un premier ordre modélisant notre moteur. Le signal obtenu (la fréquence en fonction du temps) était bruité, il nous a donc fallu réaliser un filtrage numérique de ce dernier pour le lisser et le rendre exploitable.



Montée de 1ms à 1,4ms



Montée de 1ms à 1,5ms

La commande est un échelon qui se produit à 1s. On remarque donc dans un premier temps que le variateur entraîne un retard de 0,2s. Ce retard n'est pas négligeable et peut s'avérer très pénalisant pour le pilotage du drone.

Ensuite, la constante de temps du moteur est de 0,15s (calculée par la méthode des 63% de la valeur finale). On peut ensuite réinjecter cette valeur dans le modèle utilisé les années précédentes. (Fonction de transfert du moteur entrée : tension sortie : vitesse de rotation de l'arbre moteur)

Dans un premier temps, on souhaitait aussi déterminer à l'aide de cet essai, le gain du moteur. Cependant, le seul gain que nous obtenons est le gain complet de l'ensemble (fonction de transfert entrée : rapport cyclique du PPM sortie : vitesse de rotation des hélices). Si on utilise cette fonction de transfert, la trainée est déjà prise en compte et il faut donc utiliser un nouveau modèle (un modèle où on ne rajoute pas la trainée). Le problème de ce nouveau modèle est que l'on considère que la trainée est linéaire à la commande donc à la vitesse de rotation, ce qui n'est pas le cas.

2.4. La carte de commande et la centrale inertielle

Notre tuteur et le groupe précédant était d'accord sur le fait que la carte Micropilot n'était pas adaptée à ce système car nous ne connaissons pas son contenu, ce qui rend compliqué son réglage et sa prise en main.

Nous nous sommes donc mis à la recherche de nouveaux instruments plus adaptés : une carte de commande et des instruments de mesures embarqués.

M. Lamaison et M. Bouttes nous ont proposé d'utiliser une centrale inertielle qui est déjà utilisé sur un drone existant à Supaero et dont son fonctionnement est remarquable. Le département dispose de cette centrale en stock.

3. Rétrospective du projet

3.1. Récapitulatif de l'avant projet

- choisir une nouvelle carte de commande et la programmer
- choisir de nouveaux instruments de mesure
- faire un modèle plus fin de l'ensemble
- asservir ce modèle

3.2. Travail effectué

Le choix de la centrale inertielle est fait mais nous ne l'avons pas acheté car nous avons trop de retard et elle aurait été inutile dans les parties que nous avons traité.

Le choix de la carte de commande n'a pas été fait pour les mêmes raisons.

En effet, le départ en retraite de M. Bouttes à Supaéro, les deux spécialistes en drone ainsi que l'abandon du troisième membre de notre équipe nous ont beaucoup ralenti dans l'avancement de notre projet.

Cependant, les différentes expériences réalisées nous ont permis d'affiner le modèle des années précédentes: détermination de plusieurs coefficients que nous avons réintégrés au modèle déjà existant.

3.3. Conseils pour les groupes suivants

Choisir la centrale inertielle utilisée dans de nombreux systèmes à Supaéro.

Pour déterminer d'autres caractéristiques de l'ensemble hélice/moteur/variateur, utiliser le micro banc d'essais disponible au département propulsion de Supaéro.

Il serait aussi intéressant de voir s'il n'existe pas des variateurs engendrant un retard moins important, car celui-ci peut être très contraignant au niveau du pilotage. De plus il serait préférable que ce nouveau variateur puisse être alimenté par une alimentation stabilisée, cela éviterait ainsi des recharges répétitive des batteries durant les essais.

La charge de travail sur ce système est quand même importante. De ce fait, il faudrait faire en sorte d'avoir un effectif plus élevé.

4. Annexes

4.1. Calcul détaillé de l'établissement théorique du modèle:

Calcul de la vitesse

On commence par déterminer la matrice de rotation totale du système dans le repère aéronautique:

$$R(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}$$

Soit (x,y,z) une base orthonormée constituant un repère fixe. Si le solide subit trois rotations suivant

$$\mathbf{r}_{x,y,z}(x, y, z) = R(\phi, \theta, \psi) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

les trois angles aéronautiques, on a alors:

Par dérivation, de chaque terme de ce vecteur, on en déduit facilement les trois termes de vecteur vitesse. Au final, la norme au carré de la vitesse s'écrit en prenant en compte les moments d'inertie :

$$\begin{aligned}
v^2(x, y, z) = & (y^2 + z^2) \left[\dot{\psi}^2 \sin^2 \theta - 2 \dot{\psi} \dot{\phi} \sin \theta + \dot{\phi}^2 \right] \\
& + (x^2 + z^2) \left[\dot{\psi}^2 \sin^2 \phi \cos^2 \theta + 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} \dot{\psi} + \cos^2 \phi \dot{\theta}^2 \right] \\
& + (x^2 + y^2) \left[\dot{\psi}^2 \cos^2 \phi \cos^2 \theta - 2 \sin \phi \cos \phi \cos \theta \dot{\theta} \dot{\psi} + \sin^2 \phi \dot{\theta}^2 \right] \\
& + 2xy \left[\dot{\psi}^2 \sin \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (\dot{\theta} \cos \phi \sin \theta - \dot{\phi} \sin \phi \cos \theta) - \dot{\theta} \dot{\phi} \cos \phi \right] \\
& + 2xz \left[\dot{\psi}^2 \cos \phi \sin \theta \cos \theta + \dot{\psi} (-\dot{\theta} \sin \phi \sin \theta - \dot{\phi} \cos \phi \cos \theta) - \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \right] \\
& + 2yz \left[\dot{\psi}^2 \sin \phi \cos^2 \theta \cos \phi + \dot{\psi} (\dot{\theta} \sin^2 \phi \cos \theta - \dot{\theta} \cos^2 \phi \cos \theta) - \dot{\theta}^2 \sin \phi \cos \phi \right]
\end{aligned}$$

Obtention des équations du mouvement par la méthode de Lagrange

La méthode de Lagrange est basée sur l'énergie cinétique T , qui se calcule facilement à l'aide du carré de la vitesse: $T = \frac{1}{2} mv^2$.

On obtient alors l'expression de l'énergie cinétique:

$$T = \frac{1}{2} I_x (\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta)^2 + \frac{1}{2} I_y (\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta)^2 + \frac{1}{2} I_z (\dot{\theta} \sin \phi - \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta)^2$$

Il est alors possible de former les trois lagrangiens en utilisant la formule de dérivation :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dq} \right) - \frac{d}{dq}$$

Par ailleurs, on fait l'hypothèse de petits angles d'où: $\cos = 1$ et $\sin = 0$.

$$\Gamma_{\phi} = \dot{\omega}_x I_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z$$

$$\Gamma_{\theta} = I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z$$

$$\Gamma_{\psi} = I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y$$

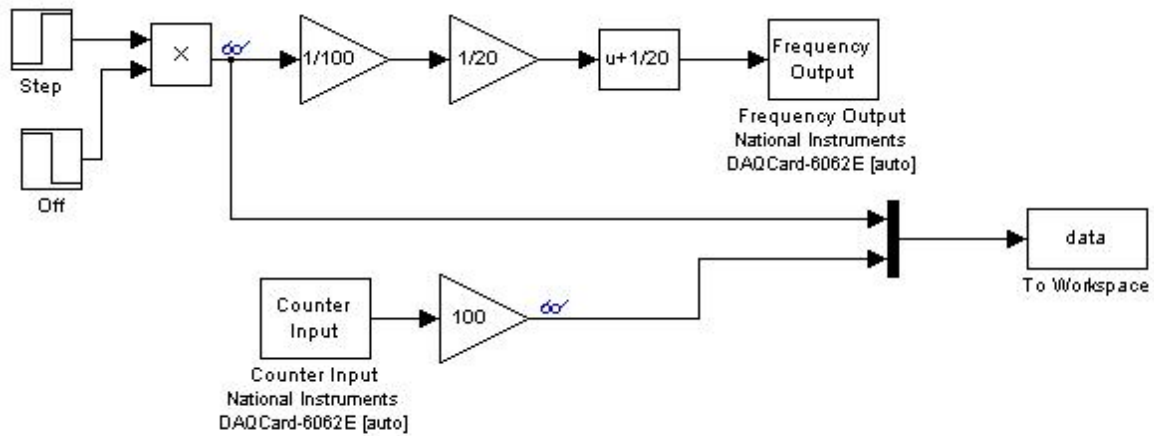
Il faut maintenant exprimer les forces non conservatives et les égaliser aux lagrangiens trouvés (voir développement):

- la portance crée des couples en direction des axes X et Y
- la trainée des hélices crée un couple vertical
- effets gyroscopiques dus aux hélices lors d'une rotation autour de l'axe X ou Y

On peut alors obtenir les équations du mouvement par identification:

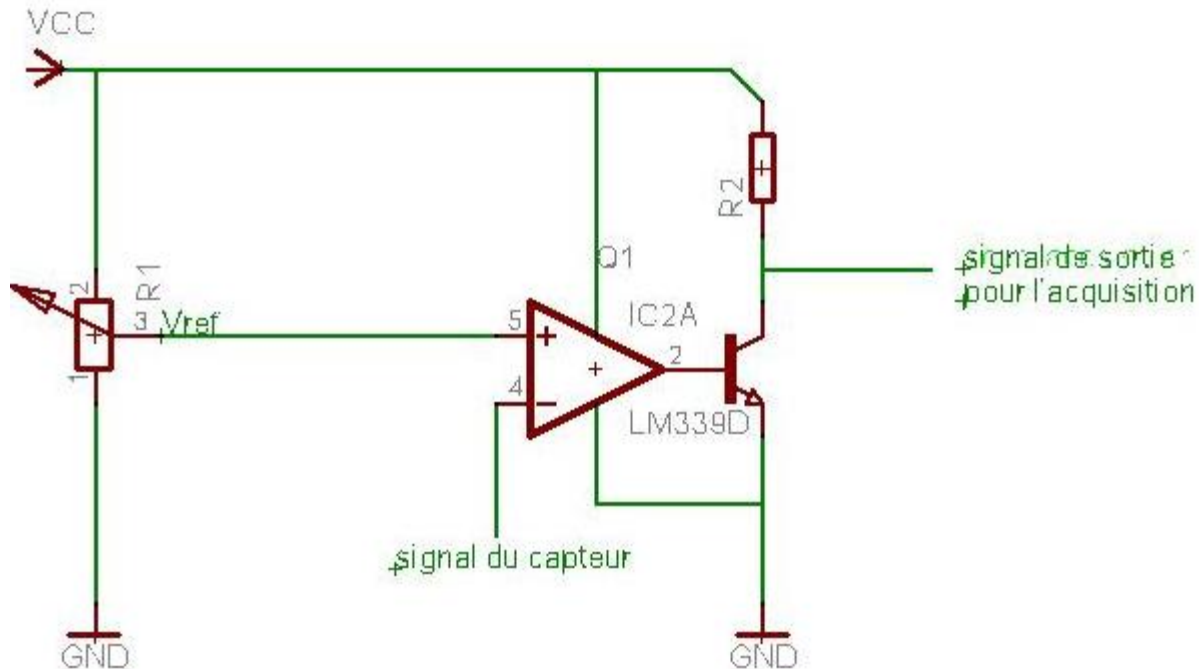
$$\begin{aligned}\ddot{\phi} &= \frac{I_{\text{rotor}}}{I_x} \dot{\theta} (\Omega_3 + \Omega_1 - \Omega_2 - \Omega_4) + \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{bI}{I_x} (\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ \ddot{\theta} &= \frac{I_{\text{rotor}}}{I_y} \dot{\phi} (-\Omega_3 - \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_4) + \frac{I_z - I_x}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{bI}{I_y} (\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ \ddot{\psi} &= \frac{I_x - I_y}{I_z} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{d}{I_z} (\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2)\end{aligned}$$

4.2. Interface sous matlab de l'acquisition lors de l'essai dynamique:



Interface matlab d'acquisition

4.3. Trigger de Schmitt



Montage amplificateur

5. Bibliographie:

Alexis FRENOT – Anthony GOSSMAN – Romaric GUILLERM
«Stabilisation d'un drone quadrirotor» Rapport de PIP 2005-2006

Adeline SERRECOURT – Julien CHAPUIS
« Stabilisation d'un drone quadrirotor » Rapport de PIP 2006-2007

Antoine CLAVEYROLLAS - Jean CORBISIER - Sébastien FITTE - Florian RIGAUD
« Stabilisation d'un drone quadrirotor » Rapport de PIP 2007-2008

OMRON Electronic components
« Datasheet photomicrosensor EE-SX1109 »

Texas Instrument
« Circuits Book for Design Engineer »

Xavier Dufresne
«Support de cours de mécanique générale»

WEMA
«Notice d'utilisation du contrôleur brushless»