

Le vecteur d'état

$$Q = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix}$$

$$\text{Avec } \dot{x} = V \cos(\theta)$$

$$\dot{y} = V \sin(\theta)$$

$$\dot{\theta} = \omega$$

Modèle cinématique

$$\dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

Suivi de trajectoire

$$\dot{x}_{\text{ref}} = V_{\text{ref}} \cos(\theta_{\text{ref}})$$

$$\dot{y}_{\text{ref}} = V_{\text{ref}} \sin(\theta_{\text{ref}})$$

$$\dot{\theta}_{\text{ref}} = \omega_{\text{ref}}$$

Le but est de minimiser l'erreur

$$x - x_{\text{ref}} = y - y_{\text{ref}} = \theta - \theta_{\text{ref}} = 0$$

$$e = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ \theta & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_{\text{ref}} \\ y - y_{\text{ref}} \\ \theta - \theta_{\text{ref}} \end{pmatrix}$$

$$\text{Avec } \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ \theta & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ la matrice de rotation.}$$

➔ Le passage du repère globale au repère du robot

Correcteur

On a notre vecteur d'état sous forme de

$$\dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

On ajoute un dérivateur et on aura l'expression suivante

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & v \cdot \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & v \cdot \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ w \end{bmatrix}$$

On applique un correcteur PID sur l'erreur de déplacement et d'orientation

$$e_k = \begin{cases} Ke_1 + K_p \cdot \dot{e}_1 + K \cdot \ddot{e}_1 \\ Ke_2 + K_p \cdot \dot{e}_2 + K \cdot \ddot{e}_2 \\ Ke_3 + K_p \cdot \dot{e}_3 + K \cdot \ddot{e}_3 \end{cases}$$

On aura comme sortie du bloc du PID quelque chose de l'ordre de $m\ddot{x} + m\ddot{y} + m\ddot{\theta}$

Modèle dynamique

Le modèle dynamique est l'étude du mouvement d'un système mécanique en tenant compte des différentes forces qui affectent son mouvement contrairement à la cinématique où les forces ne sont pas prises en considération. Ce modèle est essentiel pour l'analyse de la simulation du mouvement du Turtlebot et pour la conception de divers contrôle de mouvement.

Equation dynamique :

$$M(q) \ddot{q} + V(q, \dot{q}) \dot{q} + F(q) + G(q) + \tau_d = B(q) \tau - \Lambda T(q) \lambda$$

où:

$M(q)$ une matrice d'inertie, $V(q, \dot{q})$ est La matrice centripète et de coriolis, $F(q)$ est la matrice de friction de surface, $G(q)$ est le vecteur gravitationnel, τ_d est le vecteur d'inconnu borné de perturbations, y compris la dynamique non modélisée non structurée, $B(q)$ est la matrice d'entrée, τ est le vecteur d'entrée, $\Lambda T(q)$ est la matrice associée aux contraintes cinématiques, et λ est le vecteur multiplicateur de Lagrange

Approche dynamique de Lagrange

L'approche de Lagrange est une puissante méthode pour formuler les équations du mouvement dynamique du robot

Cette méthode, introduite par Lagrange, est utilisée pour dériver systématiquement les équations du mouvement en considérant les énergies cinétiques et potentielles du système donné.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) + \frac{\partial L}{\partial q} = F - \Lambda^T(q) \lambda$$

Où $L = T - V$ est la fonction lagrangienne, T , est l'énergie cinétique de Le système, V est l'énergie potentielle du système, q sont les généralisées coordonnées, F est le vecteur de la force généralisée, Λ est les contraintes matrice, et λ est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange associé à contraintes

La première étape de la dérivation du modèle dynamique à l'aide du modèle de Lagrange Approche consiste à trouver les énergies cinétiques et potentielles qui motion du robot. En outre, comme le robot évolue en XI-YI, l'énergie potentielle du robot est considéré nulle.

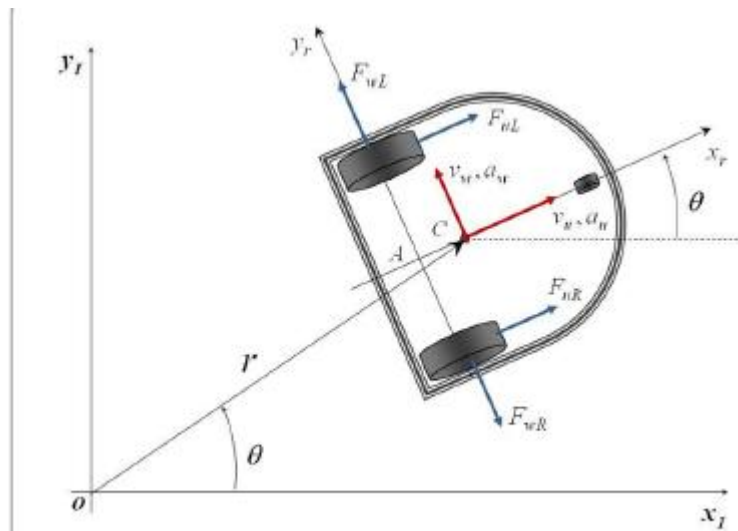


Figure 3: Robot free body diagram for Newtonian dynamic modeling.

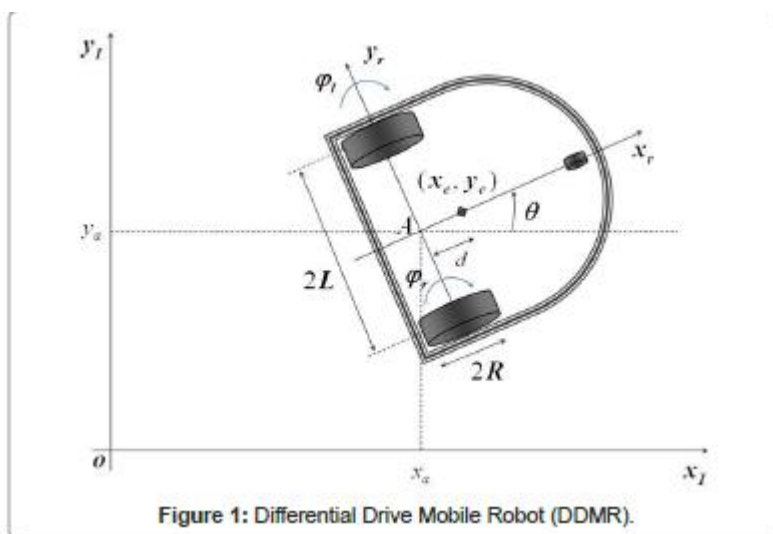


Figure 1: Differential Drive Mobile Robot (DDMR).

.
Tout calcul fait on obtient le résultat suivant

$$\begin{cases} \left(m + \frac{2 \cdot I_w}{R^2}\right) \dot{v} + m_c d \cdot \omega^2 = \frac{1}{R} (\tau_r + \tau_l) \\ \left(I + \frac{2 \cdot L^2}{R^2} \cdot I_w\right) \dot{\omega} + m_c d \cdot \omega \cdot v = \frac{L}{R} (\tau_r - \tau_l) \end{cases}$$

Avec

$(\tau_r; \tau_l)$ sont les couples des moteurs qui alimentent les roues

$(v; \omega)$ sont respectivement les vitesses linéaires et angulaires

m_c : la masse du robot sans tenir en compte les masses des moteurs

m_w : masse d'un moteur

m : masse du robot ($m = m_c + 2 \cdot m_w$)

I : l'inertie du robot

I_w : inertie du moteur